

Mätfel i gymnasiefysiken

Workshop

Elisabeth Nilsson, Lena Claesson &
Lukasz Michalak

Nationellt resurscentrum för fysik



LUNDS
UNIVERSITET



Stående uppvärmning

Bilda par – finn en “främling”

Svara, var och en, på 3 frågor (2 min):

- *“Varför har du valt att vara med här?”*
- *“Vad förväntar du att lära dig av andra?”*
- *“Vad kan du erbjuda övriga i gruppen”*

Finn en ny ”främling” och upprepa två gånger (2x2 min)



Vad betyder tal i fysiken?

I oktober 2012 slogs ett (tivelaktigt) rekord av Felix Baumgartner då han lät en heliumballong ta upp honom i en kapsel till 38969 meters höjd för att sedan genomföra ett fritt fall.

Efter 40 sekunders fritt fall hade han uppnått maxfarten 1358 km/h, dvs. 1,25 Mach. På grund av ökande luftmotstånd avtog sedan farten till att bli konstant 210 km/h.

När Baumgartners fallskärm efter 4 min och 16 s utvecklades, sjönk farten till 25 km/h på bara 1,8 s.

Vad betyder talen? Skriv talen i problemet som intervall så att antalet gällande siffror och därmed mätnoggrannheten reflekteras på ett meningsfullt sätt.



Vad är mätfel?

- Onoggrannhet i det uppmätta resultatet
- Mätfel = mätosäkerhet = felmarginal
- Ett mätetal kan ses som att det avviker från det "sanna värdet" eller som ett talintervall som vi med noggranna mätningar försöker att minska ("zooma in på").

Mätfel i kurs- och ämnesplanerna

Gy11

"utvärdering av resultat och slutsatser genom analys av metodval, arbetsprocess och **felkällor**" (Fysik 1)

"utvärdering av resultat och slutsatser genom analys av metodval, arbetsprocess, **felkällor** och **mätosäkerhet**" (Fysik 1 och 2)

Gy25

"värdering av metod och resultat" (Nivå 1 och 2)

"**mätnoggrannhet**" (Nivå 1)

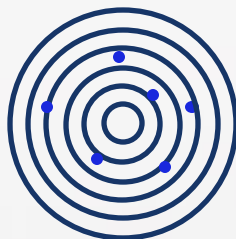
"**mätnoggrannhet** och **felberäkningar**" (Nivå 2)

Precision – riktighet - noggrannhet

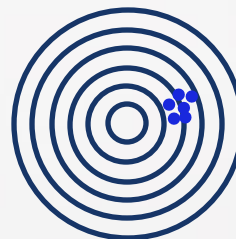
- **precision** (resultaten i mätserie stämmer inbördes)
- **riktighet** (resultaten i mätserie stämmer med det "sanna" värdet)
- **noggrannhet** (ibland = riktighet; ofta inkluderas precision och riktighet i begreppet)



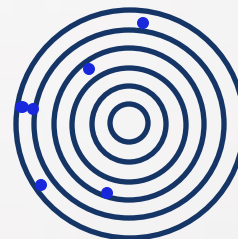
Hög riktighet
Hög precision
Hög noggrannhet



Hög riktighet
Låg precision
Låg noggrannhet



Låg riktighet
Hög precision
Låg noggrannhet



Låg riktighet
Låg precision
Låg noggrannhet

Vad kan man göra för att minimera mätfel?



$$x = 0,5 \text{ mm} \pm 0,5 \text{ mm}$$

Mäta något större,
längre ...

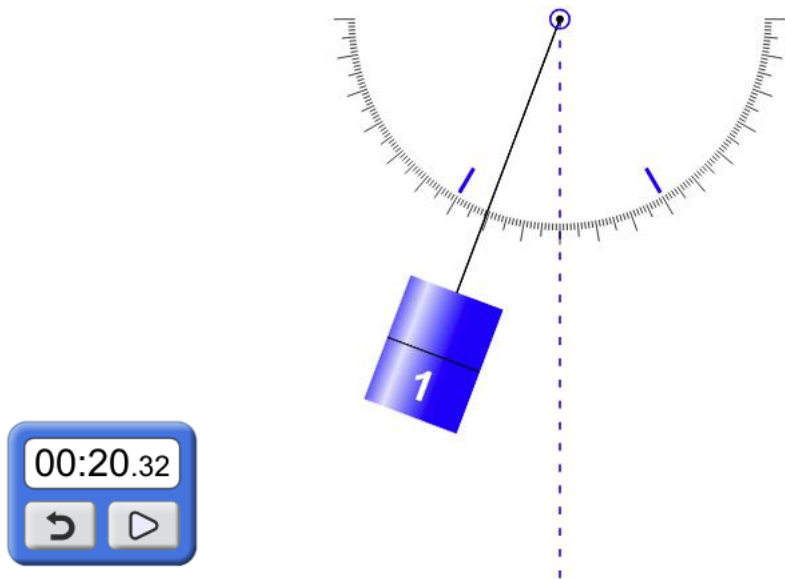


$$100 x = 7,8 \text{ mm} \pm 0,5 \text{ mm}$$

$$x = (7,8 \text{ mm} \pm 0,5 \text{ mm})/100$$

$$x = 0,078 \text{ mm} \pm 0,005 \text{ mm}$$

Vad kan man göra för att minimera mätfel?



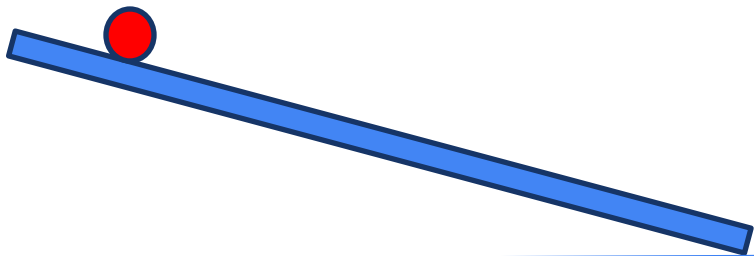
$$10T = 20,32 \text{ s} \pm 0,01 \text{ s}$$

$$T = (20,32 \text{ s} \pm 0,01 \text{ s})/10$$

$$T = 2,032 \text{ s} \pm 0,001 \text{ s}$$

Reaktionstiden...?

Att jämföra mätserier

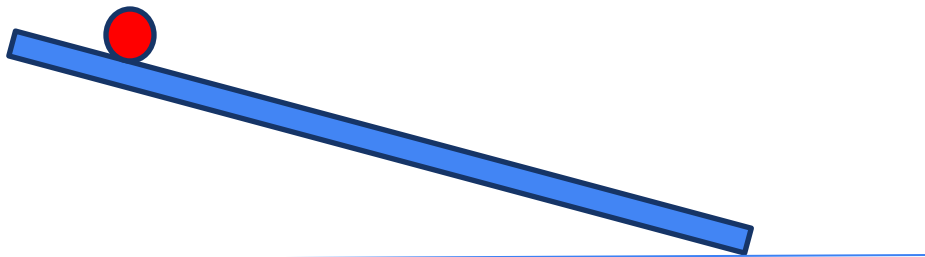


Tiden t för kulan att rulla nedför ett lutande plan?

Är dessa resultat lika eller olika?

Mätserie 1:	Mätserie 2:
1,13 s	1,04 s
0,93 s	0,96 s
1,09 s	1,09 s
0,95 s	1,19 s
1,06 s	0,99 s
1,04 s	1,09 s
1,08 s	0,80 s
1,13 s	1,13 s
Medelvärde:	Medelvärde:
1,05 s	1,02 s

Att jämföra mätserier



Vi är bara dåliga på att ta tid!

Skillnaden är ju så liten!

Man behöver bättre mätutrustning.

Mänsklig faktor!

Mätserie 1:	Mätserie 2:
1,13 s	1,04 s
0,93 s	0,96 s
1,09 s	1,09 s
0,95 s	1,19 s
1,06 s	0,99 s
1,04 s	1,09 s
1,08 s	0,80 s
1,13 s	1,13 s
Medelvärde:	Medelvärde:
1,05 s	1,02 s

Att jämföra mätserier - inkludera mätfel

Intervallen överlappar =>
Med hänsyn tagen till mätfel
stämmer alltså resultaten
med varandra (är lika).

Har vi glömt något?

	Tid (s) försök 1	Tid (s) försök 2
	1,13	1,04
	0,93	0,96
	1,09	1,09
	0,95	1,19
	1,06	0,99
	1,04	1,09
	1,08	0,8
	1,13	1,03
Medelvärde	1,05	1,02
Variationsbredd	0,20	0,39
Variationsbredd/2	0,10	0,195
Slutresultat	1,1 ± 0,1	1,0 ± 0,2
Standardavvikelse	0,0755	0,1146
	1,05 ± 0,08	1,02 ± 0,12

Att jämföra mätserier - bättre mätutrustning (photogates)

	Tid (s) försök 1	Tid (s) försök 2
	0,4284	0,4271
	0,4271	0,4259
	0,4288	0,4237
	0,4302	0,4236
	0,4272	0,425
	0,4282	0,4243
	0,4270	0,4235
	0,4265	0,4215
Medelvärde	0,4279	0,4243
Variationsbredd	0,0037	0,0056
Variationsbredd/2	0,0019	0,0028
Slutresultat	0,428 ± 0,002	0,424 ± 0,003
Standardavvikelse	0,0012	0,0017
	0,4279 ± 0,0012	0,4243 ± 0,0017

Att jämföra mätserier - bättre mätutrustning (photogates)

Tid (s) försök 1	Tid (s) försök 2
0,4284	0,4271
0,4271	0,4259
0,4288	0,4237
0,4302	0,4236

What is the timing precision of photogate measurements?

APRIL 6, 2020

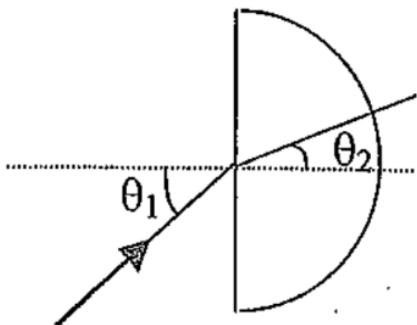
0.025 s

For Blocked-to-Blocked and Unblocked-to-Unblocked transitions

Vernier photogates have an electronic timing resolution of 1 microsecond. You will, however, typically get measurements with as much as **+/-25 millisecond variation**. This is due to variations in optical-response tolerances of the photodiodes and the geometry of the object relative to the path it takes through the photogate.

Variationsbredd/2	0,0019	0,0028
Slutresultat	0,428 ± 0,002	0,424 ± 0,003
Standardavvikelse	0,0012	0,0017
	0,4279 ± 0,0012	0,4243 ± 0,0017

Vad kan man göra för att minimera mätfel?

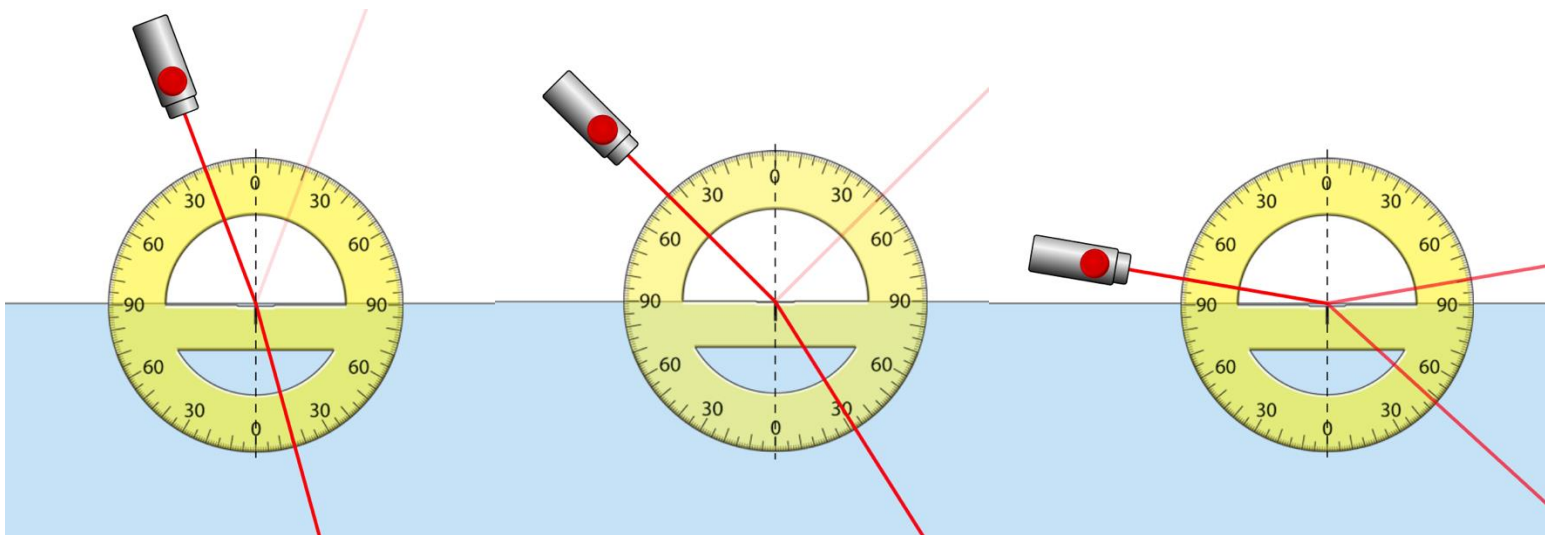


Med vilken noggrannhet kan man mäta **vinklar**? (diskussion i smågrupper)

Hur påverkar fel i vinkelmätningar t.ex. en bestämning av brytningsindex?

Vad kan man göra för att minimera mätfel?

Vilken av mätningarna skulle du göra för att bestämma brytningsindex?



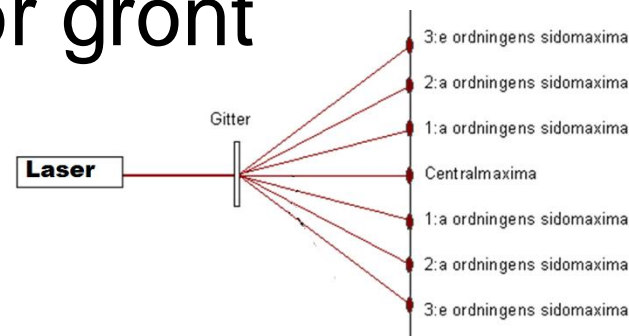
Hur stora blir felen?

Om felet i vinkelavläsningen är ± 1 grad, kan felet i n , Δn , t.ex. uppskattas genom beräkning av n_{\max} och n_{\min}

$\alpha_1/^\circ$	$\alpha_2/^\circ$	n	n_{\max}	n_{\min}	$\Delta n = (n_{\max} - n_{\min})/2$
20	15	1,321...	1,481...	1,181...	$\pm 0,15$
45	32	1,334...	1,396...	1,275...	$\pm 0,06$
80	48	1,325...	1,350	1,300...	$\pm 0,03$

Eleve exempel: Laboration med gitter

Uppgift: Bestäm våglängden för grönt och/eller rött laserljus

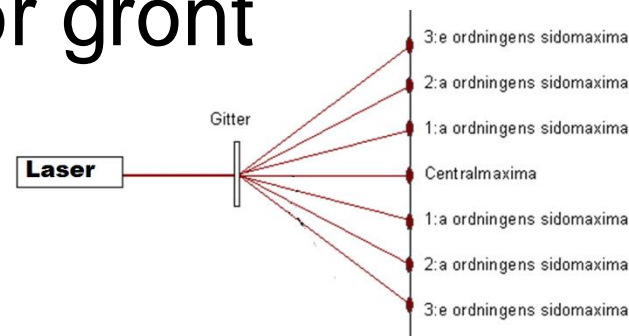


Metod:

- Rikta ljuset från lasern vinkelrät mot ett gitter med 100 linjer/mm. Fånga interferensmönstret på ett papper upptejpat på väggen.
- Mät de sträckor som behövs för att bestämma avläkningsvinkeln, α , för olika ordningstal. Redovisa dina värden i en tabell.
- Rita $\sin \alpha$ som funktion av ordningstalet. Anpassa en rät linje till dina mätvärden.

Eleve exempel: Laboration med gitter

Uppgift: Bestäm våglängden för grönt och/eller rött laserljus



Resultat och diskussion:

- Bestäm linjens riktningskoefficient k samt tolka och förklara betydelsen av riktningskoefficienten k .
- Bestäm laserpekarens våglängd med hjälp av riktningskoefficienten k .
- Diskutera felkällor och deras påverkan på resultatet.

Frågor att diskutera

Vad ser ni?

Utmaningar för läraren/eleven?

Hur har eleverna angripit uppgiften?

Har de gjort lätt/svårt för sig?

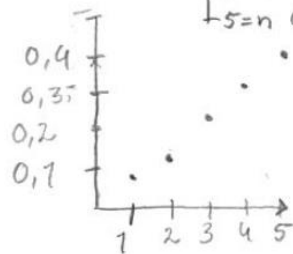
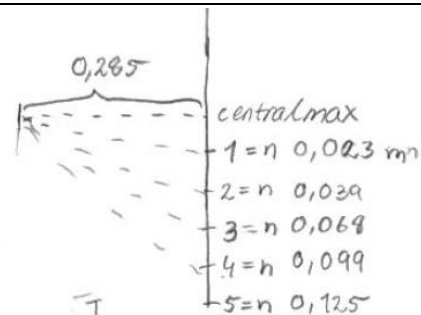
Vad har de gjort på ett bra sätt?

Identifiera fel.

Vinkelbestämningar?



Elevlösning 1



n	α	$\sin \alpha$
1	4,61°	0,08
2	7,79	0,135
3	13,47	0,232
4	19,75	0,328
5	23,68	0,4

$$k = \frac{\lambda}{d} = \frac{0,32}{4} \Rightarrow 0,08$$

$$d = \frac{10^{-3}}{100} \text{ m}$$

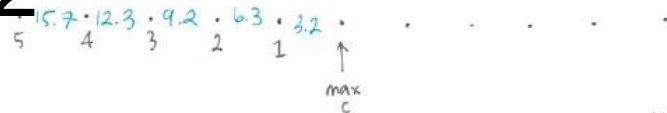
$$\lambda = d \cdot k \Rightarrow \frac{10^{-3}}{100} \cdot 0,08$$

$$\lambda = 8 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$\lambda = 8 \mu\text{m}$$

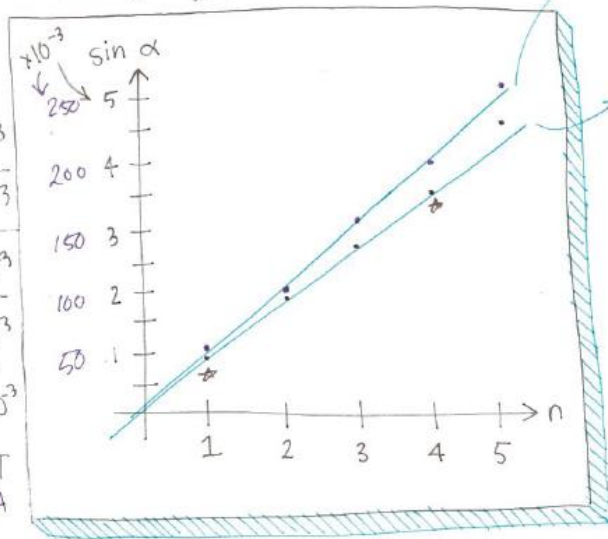
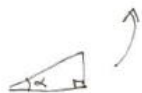
felkällor: ojämnt på vägegen, pappret vi mätte på kom ha hängt ojämnt \Rightarrow felvärdiga mätvärden.

Elevlösning 2



- $n \cdot \lambda = d \cdot \sin \alpha$ → $\sin \alpha = \frac{n \cdot \lambda}{d}$ → K-värdet
- 57.9 cm
- ↳ 0.579 m till tavla från gitter/laser
- $d = 10^{-5}$

n	$\sin \alpha$	
1	0.96×10^{-3}	55×10^{-3}
2	1.9×10^{-3}	108×10^{-3}
3	2.77×10^{-3}	156×10^{-3}
4	3.6×10^{-3}	207×10^{-3}
5	4.7×10^{-3}	261×10^{-3}
	FEL	RÄTT LILA



Felkällor:

- snett gitter (svårare att avläsa)
- smutsigt glas → påverka hur lasern blir liksom / kan bli snett

$$K = \frac{261 \times 10^{-3} - 55 \times 10^{-3}}{5 - 1} = 0.0515$$

$$K = \frac{\lambda}{d} \Rightarrow K \cdot d = 0.0515 \times 10^{-5} = 0.515 \times 10^{-6}$$

(515 nm)

$$K: \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3.6 \times 10^{-3} - 0.96 \times 10^{-3}}{4 - 1}$$

$$= 0.00088 = 88 \times 10^{-5}$$

$$88 \times 10^{-5} = \frac{\lambda}{d}$$

$$\lambda = 88 \times 10^{-5} \times d = 8.8 \times 10^{-5}$$

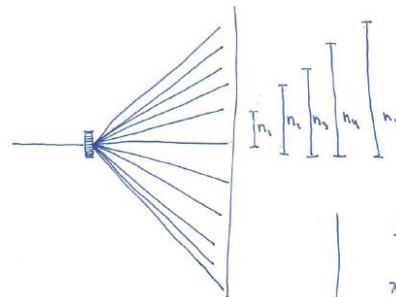
$$\lambda = 88 \times 10^{-10}$$

$$\lambda \approx 9 \times 10^{-9} = \underline{\underline{9 \text{ nm}}}$$

↑
orämligt

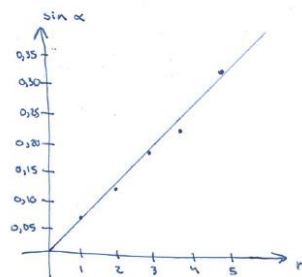
FEL

Elevlösning 3



Resultat

n	sin α
1	0,068
2	0,133
3	0,196
4	0,228
5	0,325



Beräkningar

$$\lambda \cdot n = d \cdot \sin \alpha$$

$$\lambda = \frac{d \cdot \sin \alpha}{n}$$

n = 1 :

$$\alpha = \arctan \frac{0,049/2}{0,362}$$

$$\sin \alpha = \sin \left(\arctan \frac{0,049/2}{0,362} \right)$$

n = 2 :

$$\alpha = \arctan \left(\frac{0,097/2}{0,362} \right)$$

$$\sin \alpha = \sin \left(\arctan \frac{0,097/2}{0,362} \right)$$

n = 3 :

$$\alpha = \arctan \frac{0,145/2}{0,362}$$

$$\sin \alpha = \sin \left(\arctan \frac{0,145/2}{0,362} \right)$$

Elevlösning 4

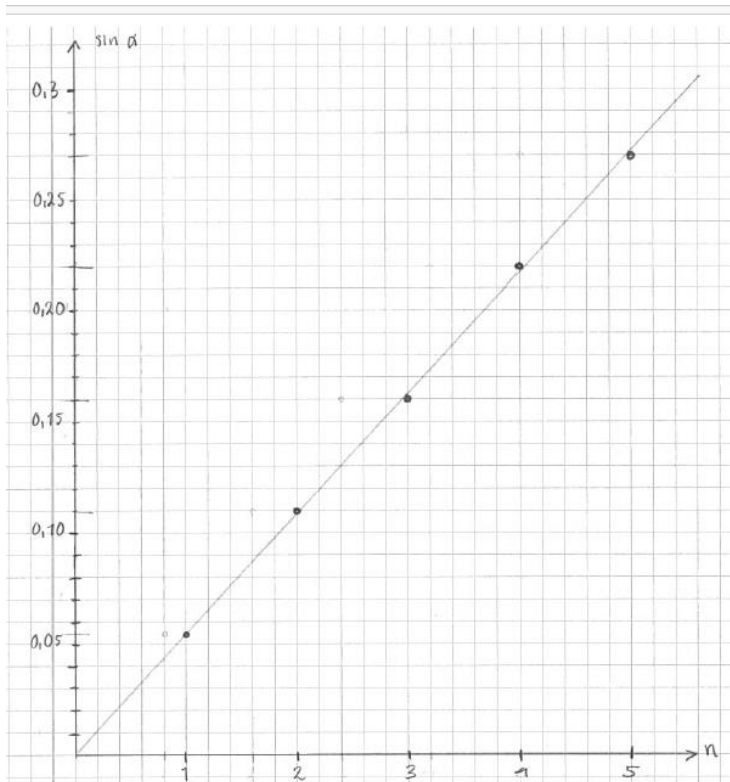


Diagram of a diffraction grating with a distance of 0.8 mm between slits. The diffraction angle α is shown for various orders n .

gitter: 100 linjer/mm \Rightarrow
 $d = 10^{-3} \text{ m}$ (Gitterkonstanten)
 100

distans centrallinje	vinklar	höjder	(L) mellan (cm)
n = 1	4,4	4,4	4,4
n = 2	9	8,8	8,9
n = 3	13	13,5	13,25
n = 4	17,3	18	17,65
n = 5	21,5	22,5	22

Beakta $d =$
 $d \sin(\alpha) = n \lambda$

n	sin alpha
1	0,05
2	0,11
3	0,16
4	0,22
5	0,27

$n \cdot \lambda = d \cdot \sin(\alpha)$
 $\sin \alpha = \frac{n \cdot \lambda}{d} \cdot k$
 $\lambda = \frac{d \cdot \sin \alpha}{n} \quad k = \frac{\lambda}{d}$ (Breddningsmetod)

$k = \frac{\lambda}{d} = \frac{5,4 \cdot 10^{-7}}{0,8} \approx 6,75 \cdot 10^{-8}$

$n=1 \Rightarrow \lambda = \frac{0,05 \cdot 0,8}{1} = 4,0 \cdot 10^{-7}$
 $n=2 \Rightarrow \lambda = \frac{0,11 \cdot 0,8}{2} = 4,4 \cdot 10^{-7}$
 $n=3 \Rightarrow \lambda = \frac{0,16 \cdot 0,8}{3} = 4,27 \cdot 10^{-7}$
 $n=4 \Rightarrow \lambda = \frac{0,22 \cdot 0,8}{4} = 5,5 \cdot 10^{-7}$
 $n=5 \Rightarrow \lambda = \frac{0,27 \cdot 0,8}{5} = 4,32 \cdot 10^{-7}$

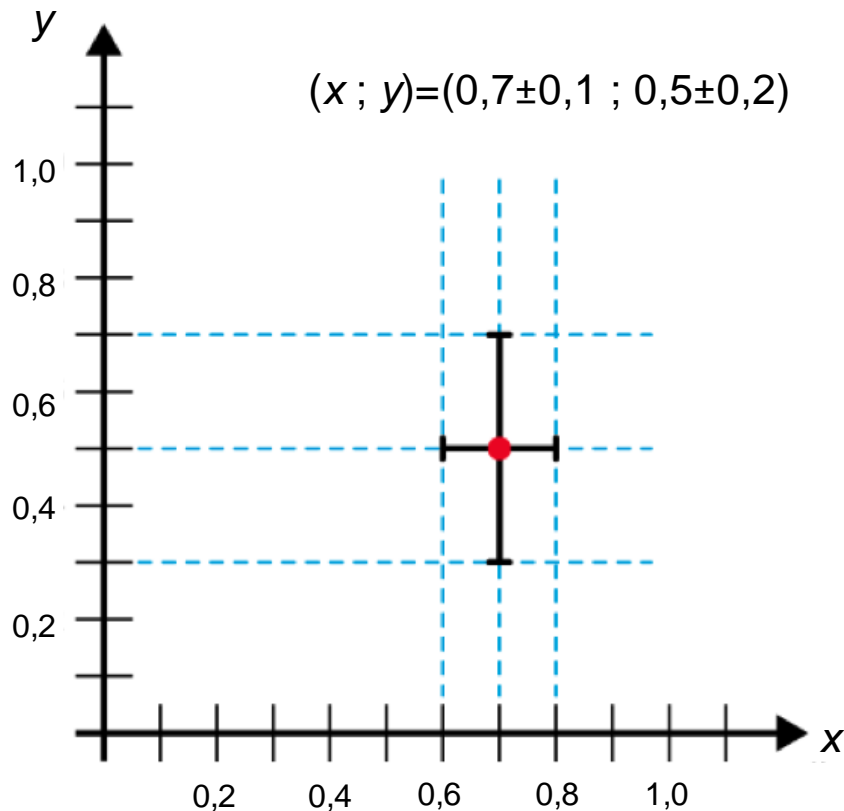
medelvärdet
 värdet $\Rightarrow \lambda = 5,4 \cdot 10^{-7} \text{ m} =$
 $\lambda = 541 \text{ nm}$

Felkälla: Om gitterna inte är parallellt, parastället utmanat, vinkeln α är för stor, eller om gitterna inte är parallellt, vinkeln α är för liten, eller om gitterna inte är parallellt, vinkeln α är för stor.

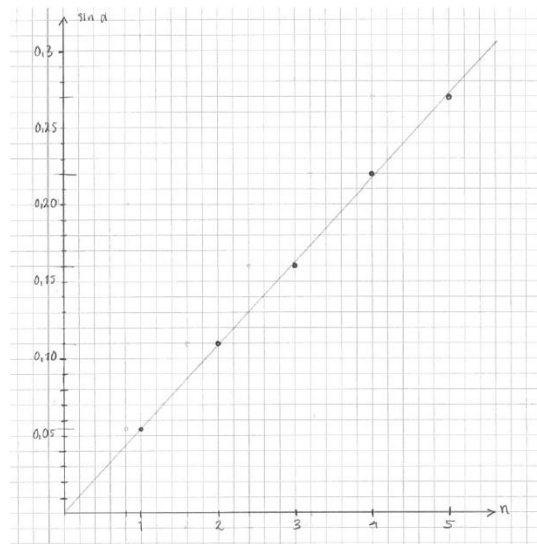
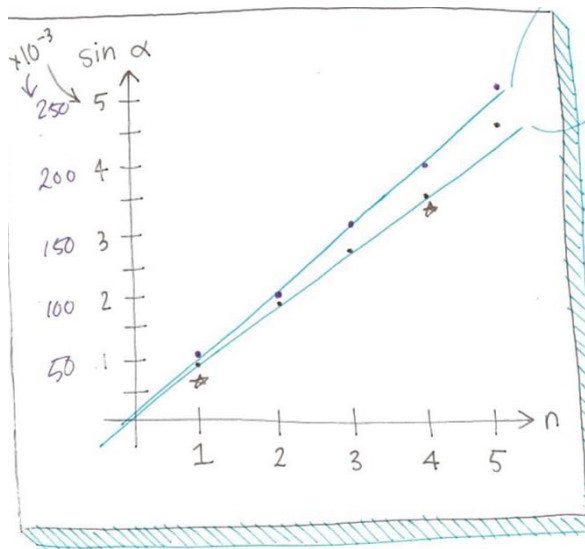
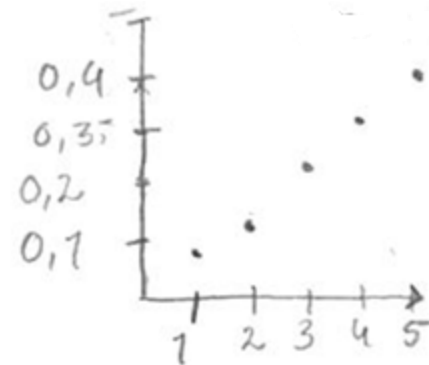
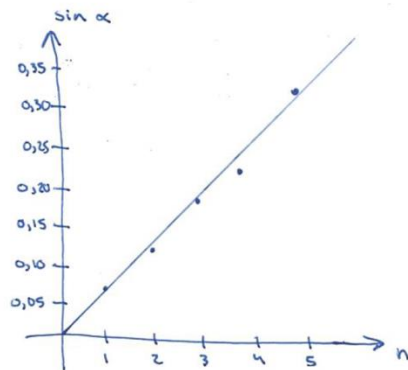
Anpassning av rät linje till en graf

Hur undervisar ni om det?

Hur hanterar eleverna
graferna i gitteruppgiften?



Elevgrafer



Diagramritning

Beteckningar på axlar och

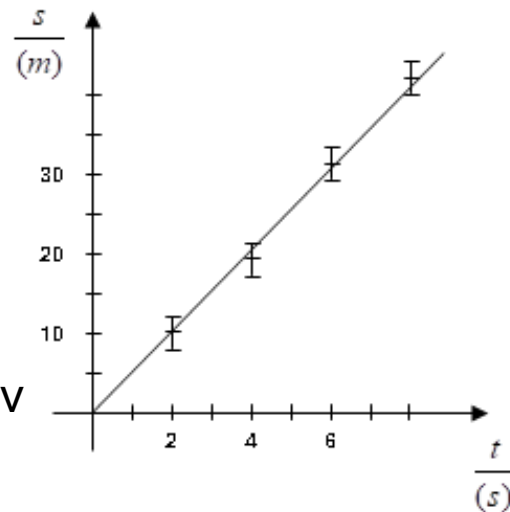
i tabellhuvuden: $\frac{\text{Storhet}}{\text{(enhet)}}$ t. ex. $\frac{U}{\text{(mV)}}$ $\frac{I}{\text{(A)}}$ $\frac{s}{\text{(m)}}$ $\frac{t}{\text{(s)}}$ $\frac{V}{\text{(m}^3\text{)}}$ $\frac{m}{\text{(kg)}}$

1. Skalorna på axlarna ska väljas till 1, 2, 5 eller tio-potenser av dessa. Det ska vara enkelt både att rita in punkterna i ett diagram och att göra avläsningar i det.

2. Mätvärdena bör markeras med ett + och felgränser som \pm

3. Då mätpunkter är inplacerade, ska en kurva eller rät linje anslutas till punkterna. Denna ska inte bilda ett sick-sack mönster över pappret, utan bör dras så jämn som möjligt. Om felgränserna är utsatta bör man ta hänsyn till dem.

4. På x-axeln väljer man den storhet som man själv varierar och väljer mätetal till. Är tiden med som storhet så brukar den sättas på x-axeln.

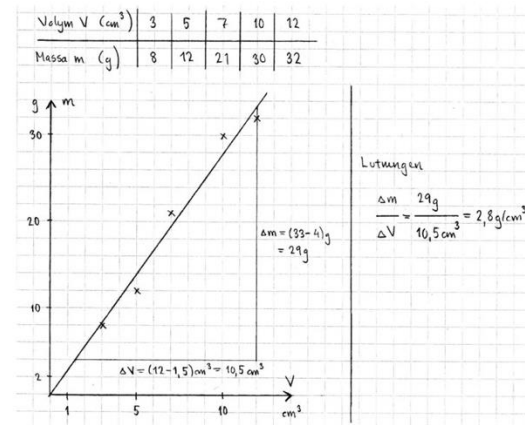


Diagramritning forts.

För att undersöka om det finns något samband mellan två storheter kan man rita ett diagram som visar den ena storheten på y-axeln och den andra på x-axeln. Om A beror på B så ritas A på y-axeln och B på x-axeln.

När man ritar ska man tänka på några saker:

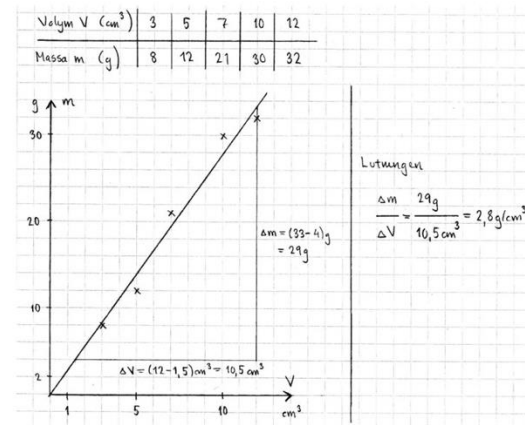
- Tänk efter vilka storheter som ska avsättas längs respektive axel. I exempelvis en massa-volym-graf där massan ritas som funktion av volymen ska massan avsättas längs den vertikala axeln och volymen längs den horisontella.
- Gradera axlarna på lämpligt sätt. Låt 1, 2 eller 5 rutor motsvara mätetalet 1 (alternativt 10, 100, 1000, ... eller 0,1; 0,01; ...). Sätt ut storhetsbeteckningar innanför axlarna och enhetsbeteckningar utanför axlarna.



Figur 1 Exempel på ett välgjort handritat diagram (dock förminskat här). Till mätpunkterna markerade med \times har en rät linje anpassats, och dess lutning har beräknats.

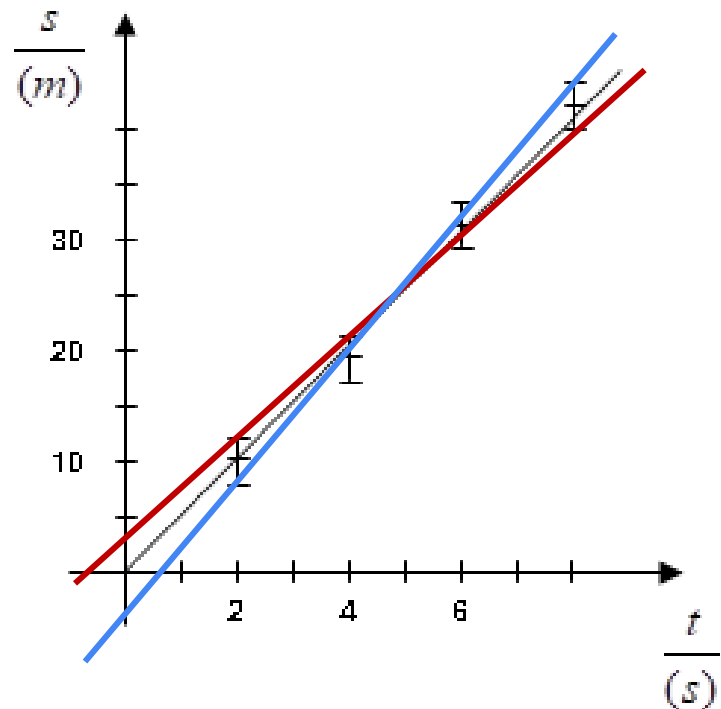
Diagramritning forts.

- Bryt inte axlarna i onödan.
- Markera mätpunkterna med ett kryss.
- Anpassa en rät linje till mätpunkterna. Om det inte går, anpassa en kurva som är så enkel som möjligt.
- Använd den anpassade linjen eller kurvan för att exempelvis bestämma lutningen (proportionalitets-konstanten) eller göra avläsningar.



Figur 1 Exempel på ett välgjort handritat diagram (dock förminskat här). Till mätpunkterna markerade med \times har en rät linje anpassats, och dess lutning har beräknats.

Mätfel för en rät linje



... $< k < \dots$

... $< m < \dots$

Mätfel vid indirekta mätningar: addition och subtraktion

Två motstånd kopplade i serie, den uppmätta spänningen över respektive motstånd är:

$$U_1 = (5,0 \pm 0,2) \text{ V}$$

$$U_2 = (3,0 \pm 0,1) \text{ V}$$

Total spänning över de två motstånden:

$$U = U_1 + U_2$$

Beräkna U och uppskatta dess mätfel.

Hur skulle man kunna göra?

Mätfel vid indirekta mätningar: addition och subtraktion

Metod 1: Min/max

$$\Delta U = (U_{\max} - U_{\min})/2$$

$$U_{\min} = (4,8 + 2,9) \text{ V} = 7,7 \text{ V}$$

$$U_{\max} = (5,2 + 3,1) \text{ V} = 8,3 \text{ V}$$

$$U_{\max} - U_{\min} = 0,6 \text{ V}$$

$$\Delta U = 0,3 \text{ V}$$

Metod 2: Addera mätfelen

$$\Delta U = \Delta U_1 + \Delta U_2 = 0,3 \text{ V}$$

$$U_1 = (5,0 \pm 0,2) \text{ V}$$

$$U_2 = (3,0 \pm 0,1) \text{ V}$$

$$U = U_1 + U_2 = 8,0 \text{ V}$$

Metod 3: Differentialer

$$\Delta U = \sqrt{(\Delta U_1)^2 + (\Delta U_2)^2} = 0,224 \text{ V} \approx 0,23 \text{ V} \approx 0,3 \text{ V}$$

$$\text{Svar: } U = (8,0 \pm 0,3) \text{ V}$$

$$\Delta f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 \Delta x^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 \Delta y^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 \Delta z^2 + \dots}$$

Mätfel vid indirekta mätningar: multiplikation och division

Ljudhastigheten v i luft bestäms genom att mäta frekvensen och våglängden av en stående ljudvåg i ett rör:

Frekvens $f = (440 \pm 2)$ Hz

Våglängd $\lambda = (0,78 \pm 0,01)$ m

Ljudhastigheten ges av:

$$v = f \lambda$$

Beräkna v och uppskatta mätfelet.

Hur skulle man kunna göra?

Mätfel vid indirekta mätningar: multiplikation och division

Metod 1: Min/max:

$$\Delta v = (v_{\max} - v_{\min})/2$$

$$v_{\max} = (442 \cdot 0,79) \text{ m/s} \\ = 349,18 \text{ m/s}$$

$$v_{\min} = (438 \cdot 0,77) \text{ m/s} \\ = 337,26 \text{ m/s}$$

$$v_{\max} - v_{\min} = 11,92 \text{ m/s}$$

$$\Delta v = 5,96 \text{ m/s} \approx 6 \text{ m/s}$$

$$f = (440 \pm 2) \text{ Hz}$$

$$\lambda = (0,78 \pm 0,01) \text{ m}$$

$$v = f \cdot \lambda$$

Metod 2: Addera procentuella mätfel:

$$\Delta v/v = \Delta f/f + \Delta \lambda/\lambda =$$

$$= 0,455\% + 1,282\% = 1,737\%$$

$$\Delta v = 0,01737 \cdot v = 5,96 \text{ m/s} \approx 6 \text{ m/s}$$

$$v = (343 \pm 6) \text{ m/s}$$

Mätfel vid indirekta mätningar: multiplikation och division

Metod 3: Differentialer:

$$\Delta v/v = \sqrt{(\Delta f/f)^2 + (\Delta \lambda/\lambda)^2}$$

$$= 0,0136 = 1,36\%$$

$$\Delta v = 0,0136 \cdot v = 4,67 \text{ m/s}$$

$$\approx 5 \text{ m/s}$$

$$v = (343 \pm 5) \text{ m/s}$$

$$\begin{aligned} f &= (440 \pm 2) \text{ Hz} \\ \lambda &= (0,78 \pm 0,01) \text{ m} \\ v &= f \cdot \lambda \end{aligned}$$

$$\Delta f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 \Delta x^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 \Delta y^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 \Delta z^2 + \dots}$$

NIST:s värden på fundamentala konstanter, maj 2024

CODATA RECOMMENDED VALUES OF THE FUNDAMENTAL PHYSICAL CONSTANTS: 2022

NIST SP 961 (May 2024)

An extensive list of constants is available on the NIST Physics Laboratory Web site physics.nist.gov/constants. For numerical values a number in parentheses, if present, is the one-standard-deviation uncertainty in the last two digits. For units with square brackets the full descriptions of [m]⁻¹ and [m] are cycles per meter and meter per cycle, respectively. For the first radiation constant the full description of [m]² is m⁻² (m/cycle)⁴.

Quantity	Symbol	Numerical value	Unit	Quantity	Symbol	Numerical value	Unit
speed of light in vacuum	<i>c</i>	299 792 458 (exact)	m s ⁻¹	muon <i>g</i> -factor $-2(1 + a_\mu)$	<i>g_μ</i>	-2.002 331 841 23(82)	
Newtonian constant of gravitation	<i>G</i>	6.674 30(16) × 10 ⁻¹¹	m ³ kg ⁻¹ s ⁻²	muon-proton magnetic moment ratio	<i>μ_μ/μ_p</i>	-3.183 345 146(71)	
Planck constant	<i>h</i>	6.626 070 15 × 10 ⁻³⁴ (exact)	J Hz ⁻¹	proton mass	<i>m_p</i>	1.672 621 925 95(52) × 10 ⁻²⁷	kg
in eV s	<i>ħ</i>	4.135 667 696... × 10 ⁻¹⁵	eV Hz ⁻¹	in u		1.007 276 466 5789(83)	u
in eV s		1.054 571 817... × 10 ⁻³⁴	J s	energy equivalent in MeV	<i>m_pc²</i>	938.272 089 43(29)	MeV
elementary charge	<i>e</i>	6.582 119 569... × 10 ⁻¹⁶	eV s	proton-electron mass ratio	<i>m_p/m_e</i>	1836.152 673 426(32)	
vacuum magnetic permeability $4\pi\alpha\hbar/e^2c$ $\mu_0/(4\pi \times 10^{-7})$	<i>μ₀</i>	1.602 176 634 × 10 ⁻¹⁹ (exact)	C	proton magnetic moment	<i>μ_p</i>	1.410 606 795 45(60) × 10 ⁻²⁶	J T ⁻¹
vacuum electric permittivity $1/\mu_0c^2$	<i>ε₀</i>	1.256 637 061 27(20) × 10 ⁻⁶	N A ⁻²	to nuclear magneton ratio	<i>μ_p/μ_N</i>	2.792 847 344 63(82)	
Josephson constant $2e/h$	<i>K_J</i>	0.999 999 999 87(16)	N A ⁻²	proton magnetic shielding correction $1 - \mu'_p/\mu_p$	<i>σ'_p</i>	2.567 15(41) × 10 ⁻⁵	
von Klitzing constant $\mu_0c/2\alpha = 2\pi\hbar/e^2$	<i>R_K</i>	8.854 187 8188(14) × 10 ⁻¹²	F m ⁻¹	(H ₂ O, sphere, 25 °C)			
magnetic flux quantum $2\pi\hbar/(2e)$	<i>Φ₀</i>	483 597.848 4... × 10 ⁹	Hz V ⁻¹	proton gyromagnetic ratio $2\mu_p/\hbar$	<i>γ_p</i>	2.675 221 8708(11) × 10 ⁸	s ⁻¹ T ⁻¹
Bohr magneton $e\hbar/2m_e$	<i>μ_B</i>	25 812.807 45...	Ω	shielded proton gyromagnetic ratio $2\mu'_p/\hbar$	<i>γ'_p</i>	42.577 478 461(18)	MHz T ⁻¹
in eV T ⁻¹		2.067 833 848... × 10 ⁻¹⁵	Wb	(H ₂ O, sphere, 25 °C)		2.675 153 194(11) × 10 ⁸	s ⁻¹ T ⁻¹
nuclear magneton $e\hbar/2m_p$	<i>μ_N</i>	9.274 010 0657(29) × 10 ⁻²⁴	J T ⁻¹	neutron mass in u	<i>m_n</i>	42.576 385 43(17)	MHz T ⁻¹
in eV T ⁻¹		5.788 381 7982(18) × 10 ⁻⁵	eV T ⁻¹	energy equivalent in MeV	<i>m_nc²</i>	1.008 664 916 06(40)	u
fine-structure constant $e^2/4\pi\epsilon_0\hbar c$	<i>α</i>	3.152 451 254 17(98) × 10 ⁻⁸	J T ⁻¹	neutron-proton mass ratio	<i>m_n/m_p</i>	939.565 421 94(48)	MeV
inverse fine-structure constant	<i>α⁻¹</i>	7.297 352 5643(11) × 10 ⁻³	eV T ⁻¹	neutron magnetic moment	<i>μ_n</i>	1.001 378 419 46(40)	
Rydberg frequency $\alpha^2 m_e c^2 / 2\hbar = E_h / 2\hbar$	<i>cR_∞</i>	137.035 999 177(21)	Hz	to nuclear magneton ratio	<i>μ_n/μ_N</i>	-9.662 3653(23) × 10 ⁻²⁷	J T ⁻¹
energy equivalent in eV		3.289 841 960 2500(36) × 10 ¹⁵	eV	deuteron mass in u	<i>m_d</i>	-1.913 042 76(45)	
Rydberg constant	<i>R_∞</i>	13.605 693 122 990(15)	[m ⁻¹]	energy equivalent in MeV	<i>m_dc²</i>	2.013 553 212 544(15)	u
Bohr radius $\hbar/\alpha m_e c = 4\pi\epsilon_0\hbar^2/m_e e^2$	<i>a₀</i>	10 973 731.568 157(12)	m	deuteron-proton mass ratio	<i>m_d/m_p</i>	1875.612 945 00(58)	MeV
Hartree energy $\alpha^2 m_e c^2 = e^2/4\pi\epsilon_0 a_0 = 2(eR_{∞})\hbar$	<i>E_h</i>	5.291 772 105 44(82) × 10 ⁻¹¹	I	deuteron magnetic moment	<i>μ_d</i>	1.999 007 501 2699(84)	J T ⁻¹
		4 359 744 722 2060(48) × 10 ⁻¹⁸				4 330 735 087(11) × 10 ⁻²⁷	J T ⁻¹

Even experts make mistakes

Table 1. Examples of Inappropriate and Appropriate Rounding

Published Value	Ref	Appropriate Rounding	Uncertainty ^a
771 ± 135	3	$(7.7 \pm 1.4) \times 10^2$	14
65.9 ± 10.1	3	$(6.6 \pm 1.0) \times 10^1$	10
$e^{-(646 \pm 69)/T}$	4	$e^{-(650 \pm 70)/T}$	7
1.79 ± 0.78	5	1.8 ± 0.8	8
$e^{(8450 \pm 850)/T}$	6	$e^{(8400 \pm 800)/T}$ ^b	8
$(1.4488 \pm 0.0290) \times 10^{-46}$	7	$(1.449 \pm 0.029) \times 10^{-46}$	29
-19.9998 SE 0.100842	8	-20.00 SE 0.10	10

^aThis column shows that each uncertainty has a value between 3 and 30, whatever the place value.

^bThis example illustrates laboratory rounding. When rounding involves 5 exactly, round to the even number.



Utvärdering av workshopen

Uppvärmningsövningen vi gjorde i par var bra.

7.3

Diskussionen kring ordval i mätsammanhang var inspirerande.

6.9

Jag känner mig mer förvirrad nu än innan workshopen.

1.4

Vi fick flera exempel som jag kan ta med till min undervisning.

8.0

Jag håller inte alls med

Jag håller helt med



29





Utvärdering av workshopen

Vi fick alltför lite tid att diskutera i grupperna.

3.2

Elevexperimenten med gitterlaborationen var illustrativa.

7.7

Jag känner mig inte bekväm med att undervisa om mätfel.

2.4

Jag lärde mig något nytt av gruppen som jag diskuterade med.

6.9

Jag håller inte alls med

Jag håller helt med



27





Vilken del av workshopen är du särskilt nöjd med?

Diskussionen av
elevexempel med kollegor
man inte träffar i vanliga fall.

Helheten

Sista delen med
mätfelsberäkningar

Genomgång av
redovisning kring
laborativt moment.

Lukasz del

Teori genomgångarna

Exempel på
felberäkningar

Att höra från andra
lärare



Vilken del av workshopen är du särskilt nöjd med?

Att den var verksamhetsnära

Fråga ut kollegor om deras undervisning

Att vi fick alla träffas över skolgränser

Felberäkningssektionen i slutet med Lukasz.

Exempel på felberäkning med min/max eller relativ beräkning.

Tyckte nivån var väldigt lagom. Bra att vi fick tid att diskutera

Bra genomgång från filosofiska övervägningar till praktiska tillämpningar och exempel till undervisningen.

De faktiska beräkningarna



Vilken del av workshopen är du särskilt nöjd med?

Tänkeställningen. Det är svårt att se detta göras av alla elever men är väldigt givande för de elever som ska gå vidare inom tekniken

Föreläsningsdelarna.

Upplägget med korta presentationer varvat med gruppdiskussioner

Sista delen med mätfelsberäkningar

Träffa kollegor i Malmö, det hör vi alldeles för sällan. Mycket kompetens att dela.

Att få träffa och prata med fysikkollegor från andra skolor. Det finns mycket att diskutera

Att alla exempel var kopplade till sådant vi gör i fysikkurserna.

Det som Lukasz pratade om, mätfel begreppet hur minska och de olika metoderna att beräkna.



Vilken del av workshopen är du särskilt nöjd med?

De filosofiska aspekterna

Diskussionen kring vad som kommer att krävas i ämnesplanen.

Delen men olika metoder för feluppskattning.

At det varit konkreta exempel.

Upplägget var tydligt

Sista övningen: att räkna ut felmarginal etc.
Kuriosaavslutningen var också kul

M bra upplägg, väldigt givande workshop. Tycker att de illustrativa exemplena blev jag m nöjd med, men inte enbart det, utan att jag känner att jag tar med mig mycket mer härifrån idag. Stort tack!



Ge konkreta förslag på hur vi kan förbättra workshopen!

Mer tid till diskussioner.

Inget som jag kan tänka på just nu.

Det var bra

Hur man gör felberäkningar med digitala verktyg.

Kommer inte på något.

Inget jag kan komma på

Inte ställa utvärderingsfrågor som negationer. "Jag känner mig INTE bekväm med..." Håller med/håller inte med

Jag hade velat lära mig om differentialerna





Ge konkreta förslag på hur vi kan förbättra workshopen!

Dela material innan för att förbereda sig

Inget jag kommer på direkt!

Jag skulle vilja diskutera mer i vilken utsträckning vi faktiskt kan tillämpa dessa saker i undervisningen

Teoretiska exempel och inte bara laborativa exempel. Hur bör eleverna tänka kring angivna måtvärden i en uppgift där felmarginalen ej är given

Inget jag kommer på

Gör den kompaktare. Två timmar räcker?

Lägg in en tid på pausen, det var lite oklart. Allt annat var superbra. Tack!

Hur man kan använda digitala verktyg för felberäkning. Geogebra till exempel.



Ge konkreta förslag på hur vi kan förbättra workshopen!

Vid analys av elevers inlämning. Fokusera på mätfel snarare än felaktiga beräkningar i uppgiften.

Praktisk laboration kring mätfel.

Vet ej, var bra!

Hade varit bra att få veta hur Skolverket tänkt bakom formuleringen "felberäkningar" om det är en särskild metod avses och om den ska testas även på teoretiska prov.

Fler praktiska övningar Sen önskar jag att det fanns mer konkret om vad Skolverket förväntar sig men jag förstår att det är svårt även för er att veta.

Svårt i nuläget men hade varit skönt om man kan enas om vad vi ska förvänta oss av eleverna.

Om lärarna har mer erfarenhet om ett år, kan man diskutera hur man kan uppskatta mer avancerade mätfel.

Mätfel i gymnasiefysiken

Workshop

Stort tack för ert engagemang!



LUNDS
UNIVERSITET

Nationellt resurscentrum för fysik

